

Das Triquetrum (Dreistab)

Funktionsweise, historische Verwendung und mathematische Auswertung

Historische Astronomische Instrumentenkunde

1. Oktober 2026

1 Was ist ein Triquetrum?

Das **Triquetrum** (von lateinisch *triquetrus* = „dreieckig“), im Deutschen oft als **Dreistab** oder **Ptolemäischer Stab** bezeichnet, ist eines der ältesten und bedeutendsten astronomischen Winkelmessinstrumente. Es wurde bereits in der Antike von Claudius Ptolemäus (ca. 100–160 n. Chr.) im *Almagest* ausführlich beschrieben und bis in die Frühe Neuzeit – unter anderem von Nicolaus Copernicus, Peter Apian und Tycho Brahe – intensiv genutzt.

Das Instrument besteht aus drei gelenkig miteinander verbundenen Stäben, die ein ebenes Dreieck bilden:

1. **Der vertikale Standstab (AC):** Wird mit einem Senkel (Lot) exakt lotrecht aufgestellt und im Boden oder an einer Wand verankert. Er dient als feste Referenzachse.
2. **Der Visierstab (AB):** Ist am oberen Ende des Standstabs (A) drehbar gelagert und besitzt Diopter (Visierblenden). Er wird direkt auf das zu beobachtende Gestirn gerichtet.
3. **Der Maßstab / Skalenstab (CB):** Ist am unteren Ende des Standstabs (C) drehbar befestigt. Er ist mit einer präzisen Längenskala (lineare Unterteilung) versehen und gleitet am unteren Ende des Visierstabs (B) entlang.

Der entscheidende Vorteil des Triquetrums gegenüber klassischen Gradquadranten lag in seiner Herstellung: Statt schwieriger kreisförmiger Gradskalen mussten lediglich **gerade Stäbe mit einer gleichmäßigen Längenteilung** präzise graviert werden.

2 Wie wurde das Triquetrum genau verwendet?

2.1 1. Ausrichtung des Instruments

Vor der Messung wird der vertikale Standstab (AC) mithilfe eines Lotes genau senkrecht ausgerichtet. Die beiden Drehpunkte A und C liegen somit auf einer exakten Lotrechten. Der Abstand zwischen den Gelenken A und C bildet die feste Grundseite b :

$$AC = b = \text{konstant}$$

In der Praxis wurde die Länge AC oft auf 1000, 10.000 oder 6000 gleiche Skaleneinheiten festgelegt. Der Schwenkarm AB erhält exakt dieselbe Länge wie AC :

$$AB = AC = b$$

Damit bilden die Stäbe AC und AB ein ****gleichschenkliges Dreieck**** ($\triangle ABC$).

2.2 2. Anvisieren des Gestirns

Nachts wird der Visierstab AB hochgeschwenkt und durch die Diopterblenden genau auf das Gestirn (z. B. den Mond, einen Planeten oder den Polarstern) ausgerichtet.

2.3 3. Ablesen der Sehnenlänge

Durch das Hochweiten des Visierstabs schiebt sich der untere Maßstab CB mit. Am Schnittpunkt B liest der Astronom die abgetragene Länge der Sehne $s = CB$ auf der linearen Skala ab.

2.4 4. Mathematische Bestimmung der Zenitdistanz

Aus der abgelesenen Sehnenlänge s lässt sich der Zenitwinkel z (Winkel zwischen der Vertikalen AC und der Visierlinie AB) berechnen. Die Höhe des Gestirns über dem Horizont (h) ergibt sich anschließend einfach als Komplementärwinkel:

$$h = 90^\circ - z$$

—

3 Mathematische Grundlagen und Rechenweg

Da das Dreieck $\triangle ABC$ gleichschenkelig ist mit $AB = AC = b$ und der abgelesenen Dreiecksseite $CB = s$, lässt sich der Zenitwinkel $z = \angle CAB$ auf zwei mathematische Wege bestimmen.

3.1 Methode A: Über das Bogen-Sehnen-Verhältnis (Halbwinkelsatz)

Halbiert man das gleichschenklige Dreieck durch eine Höhe auf die Basis CB , entsteht ein rechtwinkliges Dreieck mit der Gegenkathete $\frac{s}{2}$ und der Hypotenuse b :

$$\sin\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{\frac{s}{2}}{b} = \frac{s}{2b}$$

Daraus folgt direkt für den Zenitwinkel z :

$$z = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{s}{2b}\right)$$

3.2 Methode B: Über den Kosinussatz

Alternativ lässt sich der Kosinussatz im Dreieck $\triangle ABC$ anwenden:

$$s^2 = b^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot b \cdot \cos(z) = 2b^2 - 2b^2 \cos(z)$$

$$s^2 = 2b^2(1 - \cos(z)) \implies \cos(z) = 1 - \frac{s^2}{2b^2}$$

$$z = \arccos\left(1 - \frac{s^2}{2b^2}\right)$$

—

4 Konkretes Anwendungsbeispiel

4.1 Szenario

Ein Astronom (z. B. um das Jahr 1550) misst mit einem Triquetrum die Höhe der Vega im Kulminationspunkt.

- **Konstruktionsmaß des Instruments (b):**

Der Standstab AC und der Visierstab AB sind genau 1000 Skaleneinheiten lang:

$$b = 1000 \text{ Einheiten}$$

- **Messwert (s):**

Beim Anvisieren der Vega wird am unteren Maßstab CB der Wert abgelesen:

$$s = 485 \text{ Einheiten}$$

4.2 Schritt-für-Schritt-Berechnung

4.2.1 Schritt 1: Anwendung der Halbwinkel-Formel

$$\sin\left(\frac{z}{2}\right) = \frac{s}{2b} = \frac{485}{2 \times 1000} = \frac{485}{2000} = 0,2425$$

4.2.2 Schritt 2: Bestimmung des Halbwinkels

$$\frac{z}{2} = \arcsin(0,2425) \approx 14,0367^\circ$$

4.2.3 Schritt 3: Berechnung des Zenitwinkels z

$$z = 2 \times 14,0367^\circ = 28,0734^\circ = 28^\circ 04' 24''$$

4.2.4 Schritt 4: Bestimmung der echten Sternhöhe h

$$h = 90^\circ - z = 90^\circ - 28,0734^\circ = 61,9266^\circ = 61^\circ 55' 36''$$

4.3 Ergebnis

Das anvisierte Gestirn hat zum Zeitpunkt der Messung eine astronomische Höhe von $61^{\circ}55'36''$ über dem Horizont.

5 Zusammenfassung der Vor- und Nachteile im historischen Kontext

Tabelle 1: Beurteilung des Triquetrums in der Frühen Neuzeit

Vorteile	Nachteile
Einfache Fertigung: Lineare Maßstäbe waren präziser herzustellen als kreisförmige Bögen.	Hohe Anfälligkeit für Verbiegung langer Holz- oder Messingstäbe bei Eigengewicht.
Sehr hohe Genauigkeit bei großen Abmessungen (Stablängen von 2 bis 3 Metern).	Mechanisches Spiel in den drei Gelenken führt zu Messabweichungen.
Direkte Nutzung von Sehnentabellen ohne aufwendige Winkelumrechnung am Gerät.	Aufwendigere mathematische Nachberechnung als beim direkt ablesbaren Quadranten.