

Historische Bestimmung der Längengraddifferenz

Rekonstruktion einer astronomischen Messung um das Jahr 1550
am Beispiel von München und Wien

Praktische Astronomie der Frühen Neuzeit

1. Oktober 2026

1 Historischer Kontext und verfügbare Mittel (ca. 1550)

Um das Jahr 1550 – in der Epoche von Nicolaus Copernicus, Peter Apian und Tycho Brahe – standen weder Fernrohre (erfunden ca. 1608) noch präzise mechanische Pendeluhrn (erfunden ca. 1656) oder Chronometer zur Verfügung.

Dennoch war die Bestimmung von Längengraddifferenzen ($\Delta\lambda$) theoretisch und praktisch bekannt. Sie beruhte auf dem fundamentalen Prinzip:

$$\Delta\lambda = \text{LAST}_A - \text{LAST}_B = h_A(t_{\text{sync}}) - h_B(t_{\text{sync}})$$

wobei h der Stundenwinkel eines Gestirns zum exakt selben physikalischen Zeitpunkt t_{sync} ist.

Verfügbare Instrumente um 1550

- **Muralquadrant / Wandquadrant & Triquetrum:** Großdimensionierte Peilinstrumente aus Holz oder Messing zur hochpräzisen Visierung von Sternhöhen ohne Optik (Ablesegenauigkeit ca. $1'$ bis $2'$ durch Transversallinien).
- **Torquetum & Astrolabium:** Analoge Rechen- und Peilgeräte zur direkten Bestimmung der lokalen Sternzeit und der EKliptikkordinaten.
- **Sonnenuhren & Wasseruhren / Sanduhren:** Zur lokalen Zeitmessung vor Ort.
- **Ephemeridentabellen:** Handschriftliche oder gedruckte Tafeln (z. B. *Tabulae Resolutae* oder *Alphonsinische Tafeln*).

Das Synchronisationsproblem

Da Informationen nicht in Echtzeit übermittelt werden konnten, war man auf ein **simultanes kosmisches Signal** angewiesen. Das einzig praktikable Signal ohne Fernrohr war eine **Mondfinsternis**. Der Eintritt des Mondes in den Kernschatten der Erde findet für alle Beobachter auf der Erde im selben Moment statt.

2 Methodische Vorgehensweise

1. **Vorbereitung:** Astronomen in München und Wien vereinbaren im Voraus die Beobachtung einer vorausberechneten Mondfinsternis. 2. **Ereignis-Fixierung:** Beide Stationen beobachten visuell mit dem bloßen Auge den exakten Beginn der Verfinsterung (Eintritt in den Kernschatten, 1. Kontakt). 3. **Lokale Zeitbestimmung (Astrometrie):** Im exakten Moment des Schatteneintritts misst jeder Astronom die Höhe a (*Alt*) eines bekannten Referenzsterns (z.B. Arcturus oder Vega) nahe dem Meridian mit dem Quadranten. 4. **Berechnung der Lokalen Sternzeit (LAST):** Aus der gemessenen Sternhöhe a , der bekannten Deklination δ des Sterns und der geographischen Breite ϕ des Standorts wird der lokale Stundenwinkel t des Sterns berechnet:

$$\cos(t) = \frac{\sin(a) - \sin(\phi) \sin(\delta)}{\cos(\phi) \cos(\delta)}$$

Daraus ergibt sich die Lokale Sternzeit:

$$\text{LAST} = \alpha + t$$

(wobei α die Rektaszension des Referenzsterns ist).

5. **Differenzbildung:** Der Austausch der Daten erfolgt nach der Finsternis per Boten. Die Längendifferenz berechnet sich aus:

$$\Delta\lambda = \text{LAST}_{\text{Wien}} - \text{LAST}_{\text{München}}$$

3 Beispiel-Rechnung: München – Wien (1550)

3.1 Geographische und Astronomische Eingangsdaten

Wir betrachten die simulativen Messdaten einer Mondfinsternis. Beobachtet wird der Stern **Arcturus** (α Boötis) im Moment des Schatteneintritts.

Tabelle 1: Koordinaten und Messwerte um 1550

Parameter	München (Standort A)	Wien (Standort B)
Geogr. Breite (ϕ)	48°08' N (48,133°)	48°12' N (48,200°)
Stern-Deklination (δ_{Arcturus})	+19°10' (+19,167°)	+19°10' (+19,167°)
Stern-Rektaszension (α_{Arcturus})	14 ^h 15 ^m 00 ^s	14 ^h 15 ^m 00 ^s
Gemessene Sternhöhe (a)	35°42' (35,700°)	38°18' (38,300°)

3.2 Schritt 1: Berechnung des Stundenwinkels in München

Für München wenden wir den Seiten-Kosinussatz des astronomischen Dreiecks an:

$$\cos(t_{\text{MUC}}) = \frac{\sin(35,700^\circ) - \sin(48,133^\circ) \cdot \sin(19,167^\circ)}{\cos(48,133^\circ) \cdot \cos(19,167^\circ)}$$

Einsetzen der Winkelfunktionen:

$$\begin{aligned}\sin(35,700^\circ) &\approx 0,58354 \\ \sin(48,133^\circ) &\approx 0,74471, \quad \cos(48,133^\circ) \approx 0,66739 \\ \sin(19,167^\circ) &\approx 0,32832, \quad \cos(19,167^\circ) \approx 0,94457\end{aligned}$$

$$\cos(t_{\text{MUC}}) = \frac{0,58354 - (0,74471 \times 0,32832)}{0,66739 \times 0,94457} = \frac{0,58354 - 0,24449}{0,63040} = \frac{0,33905}{0,63040} \approx 0,53783$$

Daraus ergibt sich der Stundenwinkel t_{MUC} :

$$t_{\text{MUC}} = \arccos(0,53783) \approx 57,46^\circ \hat{=} 3^{\text{h}}49^{\text{m}}50^{\text{s}}$$

Damit berechnet sich die Lokale Sternzeit in München:

$$\text{LAST}_{\text{MUC}} = \alpha + t_{\text{MUC}} = 14^{\text{h}}15^{\text{m}}00^{\text{s}} + 3^{\text{h}}49^{\text{m}}50^{\text{s}} = 18^{\text{h}}04^{\text{m}}50^{\text{s}}$$

3.3 Schritt 2: Berechnung des Stundenwinkels in Wien

Für Wien analog mit der gemessenen Höhe $a = 38,300^\circ$:

$$\cos(t_{\text{VIE}}) = \frac{\sin(38,300^\circ) - \sin(48,200^\circ) \cdot \sin(19,167^\circ)}{\cos(48,200^\circ) \cdot \cos(19,167^\circ)}$$

Einsetzen der Werte ($\sin(38,300^\circ) \approx 0,61981$, $\sin(48,200^\circ) \approx 0,74548$, $\cos(48,200^\circ) \approx 0,66653$):

$$\cos(t_{\text{VIE}}) = \frac{0,61981 - (0,74548 \times 0,32832)}{0,66653 \times 0,94457} = \frac{0,61981 - 0,24476}{0,62960} = \frac{0,37505}{0,62960} \approx 0,59569$$

Daraus ergibt sich der Stundenwinkel t_{VIE} :

$$t_{\text{VIE}} = \arccos(0,59569) \approx 53,44^\circ \hat{=} 3^{\text{h}}33^{\text{m}}46^{\text{s}}$$

Lokale Sternzeit in Wien:

$$\text{LAST}_{\text{VIE}} = \alpha + t_{\text{VIE}} = 14^{\text{h}}15^{\text{m}}00^{\text{s}} + 3^{\text{h}}33^{\text{m}}46^{\text{s}} = 17^{\text{h}}48^{\text{m}}46^{\text{s}}$$

3.4 Schritt 3: Bestimmung des Längengradunterschieds

Da Wien östlicher liegt als München, ist der Stern im Westen dort bereits weiter gesunken bzw. die lokale Sternzeit ist der Münchner Zeit voraus (Beobachtung fand späten Nachmittag/Abend statt, Vorzeichen beachtet):

$$\Delta t = \text{LAST}_{\text{MUC}} - \text{LAST}_{\text{VIE}} = 18^{\text{h}}04^{\text{m}}50^{\text{s}} - 17^{\text{h}}48^{\text{m}}46^{\text{s}} = 00^{\text{h}}16^{\text{m}}04^{\text{s}}$$

Umrechnung von Zeitmass in Bogengrad ($1^{\text{h}} = 15^\circ$, $1^{\text{m}} = 15'$, $1^{\text{s}} = 15''$):

$$\Delta\lambda = 16^{\text{m}} \times 15'/\text{m} + 04^{\text{s}} \times 15''/\text{s} = 240' + 60'' = 4^\circ 01' = 4,0167^\circ$$

—

4 Bewertung der historischen Genauigkeit (ca. 1550)

- **Berechnetes Ergebnis:** $\Delta\lambda \approx 4^\circ 01'$ ($4,0167^\circ$).
- **Möglicher Messfehler um 1550:**
 - Unsicherheit bei der Wahrnehmung des Kernschatteneintritts mit bloßem Auge: ± 5 bis 10 Minuten.
 - Ablesefehler am Quadranten ohne Nonius/Optik: $\pm 5'$.

Ein Zeitfehler von 5 Minuten führt zu einem Fehler im Längengrad von:

$$5 \text{ min} \times 15' / \text{min} = 1^\circ 15' \quad (\approx 100 \text{ km Abweichung})$$

- **Realer moderner Wert:** München ($11^\circ 34'$ E), Wien ($16^\circ 22'$ E) $\rightarrow \Delta\lambda_{\text{real}} \approx 4^\circ 48'$ ($4,80^\circ$).

Fazit: Mit den Methoden von 1550 konnte der Längenunterschied zwischen München und Wien auf etwa $0,5^\circ$ bis 1° genau bestimmt werden. Dies war für die damalige Kartographie ein gewaltiger Fortschritt gegenüber den stark verzerrten antiken Ptolemäus-Karten.